9 HIMPUNAN

KOMPETENSI 2
Memahami operasi bentuk aljabar, konsep persamaan dan pertidaksamaan linier, persamaan garis, himpunan, relasi, fungsi, sistem persamaan linier, serta penggunaannya dalam pemecahan masalah.

INDIKATOR 2.6
Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan himpunan.

A. Pengertian himpunan

Himpunan adalah kumpulan benda-benda atau obyek yang mempunyai definisi yang jelas.
Misalnya:
1. Kumpulan pria yang ganteng (bukan himpunan).
2. Kumpulan negara di Asia Tenggara (himpunan).

B. Macam-macam himpunan bilangan

1. Bilangan bulat, $B = \{\ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
2. Bilangan cacah, $C = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
3. Bilangan asli, $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$
4. Bilangan genap, $G = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$
5. Bilangan ganjil, $J = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$
6. Bilangan prima, $P = \{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\}$
7. Bilangan komposit, $K = \{1, 4, 6, 8, 9, \ldots\}$

C. Jenis-jenis himpunan

1. Himpunan kosong
   Yaitu, himpunan yang tidak mempunyai anggota, ditulis dengan $A = \{\ \} = \varnothing$.
2. Himpunan semesta
   Yaitu, himpunan yang memuat semua anggota.
3. Himpunan bagian
   a. Himpunan P merupakan himpunan bagian dari Q (ditulis $P \subset Q$) jika setiap anggota himpunan P merupakan bagian dari anggota himpunan Q.
   b. Banyaknya semua anggota himpunan bagian adalah 2^n, dengan n banyaknya anggota himpunan. Sedangkan banyaknya himpunan bagian dengan jumlah anggota tertentu adalah mengikuti aturan segitiga pascal.

Contoh

1. Diketahui $Z = \{x \mid 2 < x \le 7,\ x \in \text{cacah}\}$.

Himpunan berikut yang merupakan himpunan bagian dari Z adalah ....
A. $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ C. $\{6, 7, 8\}$
B. $\{2, 3, 4, 5\}$ D. $\{7, 8, 9\}$

Jawab:

$Z = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

Yang merupakan himpunan bagian dari Z adalah $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

Kunci : A

Contoh

2. Banyak himpunan bagian dari $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$. yang memiliki dua anggota adalah ....
A. 15 C. 12
B. 14 D. 10

Jawab:

$n(A) = 5$

Dengan menggunakan aturan segitiga pascal diketahui:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
0 1 2 3 4 5

Banyak jumlah anggota himpunan bagian

Jadi, himpunan bagian dari A yang memiliki dua anggota ada 10, yaitu diataranya adalah:
$\{\{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \ldots, \{7, 11\}\}$

Kunci : D

4. Himpunan ekivalen
   Dua himpunan dikatakan ekivalen jika jumlah anggota kedua himpunan tersebut adalah sama.

D. Operasi pada himpunan

1. Irisan himpunan
   Irisan himpunan A dengan himpunan B ($A \cap B$) adalah himpunan semua anggota A yang menjadi anggota B.
   $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$
2. Gabungan himpunan
   Gabungan himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya terdiri atas anggota-anggota himpunan A atau B.
   $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

   Sifat-sifat gabungan
   - $n(S) + n(A \cap B) = n(A) + n(B) + n(A \cup B)^C$
   - $n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$

3. Selisih himpunan
   Diketahui terdapat himpunan A dan B. Maka selisihnya adalah:
   $A - B = \{x | x \in A \text{ dan } x \notin B\}$
   $B - A = \{x | x \in B \text{ dan } x \notin A\}$
4. Himpunan komplemen
   Diketahui terdapat himpunan A dan semesta S. Maka komplemen A adalah:
   $A' = A^C = \{x | x \in S \text{ dan } x \notin A\}$

Contoh

3. Jika diketahui:
   $P = \{1, 3, 5, 7\}$
   $Q = \{2, 3, 4, 5\}$
   $R = \{1, 2, 3, 5\}$
   Maka $(P \cup Q) \cap R = ...$
   A. $\{2, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 3, 5\}$
   B. $\{1, 2, 5\}$ D. $\{1, 3, 5, 7\}$

Jawab:

$(P \cup Q) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
$(P \cup Q) \cap R = \{1, 2, 3, 5\}$

Kunci : C

4. Jika diketahui:
   $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
   $A = \{1, 3, 6, 8. 9, 10\}$
   $B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10\}$
   Maka $(A \cap B)^C = ...$
   A. $\{1, 3, 8, 9, 10\}$ C. $\{3, 5, 7, 9\}$
   B. $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 7, 10\}$

Jawab:

$(A \cap B)^C = \{1, 3, 8, 9, 10\}^C$
$= \{2, 4, 5, 6, 7\}$

Kunci : B

Contoh

4. Dari 40 siswa diketahui 21 diantaranya gemar matematika, 18 siswa senang bahasa Inggris, dan 9 orang tidak senang keduanya. Banyak siswa yang hanya gemar bahasa Inggris adalah ....
   A. 8 C. 10
   B. 9 D. 13

Jawab:

$n(S) + n(A \cap B) = n(A) + n(B) + n(A \cup B)^C$
$\Rightarrow 40 + n(A \cap B) = 21 + 18 + 9$
$\Rightarrow n(A \cap B) = 48 - 40 = 8$

Jadi, banyak siswa yang suka keduanya adalah 8 orang.
Sedangkan, banyak siswa yang **hanya** gemar bahasa Inggris:
$= n(B) - n(A \cap B)$
$= 18 - 8$
$= 10$ orang

Kunci : C